КИБЕРПЕДАГОГИКА И ПСИХОЛОГИЯ

МРНТИ 14.25.07 **DOI:** https://doi.org/10.59102/pedagogical/2025/iss2pp73-80

Р. К. Мусайбеков [1], Д. Б. Бабаев [2]

[1]ассистент профессора, магистр естественных наук кафедры математики, физики и информатики Кокшетауского университета им. Ш.Уалиханова, г. Кокшетау (Казахстан), rashid1956@bk.ru

[2]доктор педагогических наук, профессор кафедры «Педагогика и прикладная информатика» Международного Кувейтского университета, г. Бишкек (Кыргызстан)

ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ “ТРЕУГОЛЬНИК”

В статье раскрывается тема «Треугольник» и указывается на то, какое важное место занимает данная тема в курсе геометрии основной школы. Здесь приводятся труды ученых, внесших определенный вклад в развитие данной темы. Дается таблица по раскрытию компонентов исследовательской компетенции и их характеристики. Сказано также о том, что определение треугольнику дается как фигуре, состоящей из трех точек, не лежащих на одной прямой и трех отрезков, соединяющих эти точки, а в другом случае треугольник определяется как частный случай многоугольника. Даны три устные упражнения на использование признаков равенства треугольников, а также приводится решение задачи на использование свойств медиан треугольника. В конце статьи сделан вывод.

Ключевые слова: *треугольник, признаки равенства треугольников, компетентность, медиана, высота, площадь.*

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Исследовательской деятельности с учащимися уделяется серьезное внимание. Плодотворная же исследовательская деятельность зависит от непосредственного участия педагога. Учитель в работе с учащимися выступает в роли советчика, помощника, старшего товарища. Надо считать, что время жесткого учителя, ментора уже прошло. Тема «Треугольники» занимает особое место в трудах таких ученых, как Оганесян В.А., Колягин Ю.М., Луканин Г.Л., Саранцев Г.И., Бекбоев И., Абдиев А., Кайдасов Ж., Кагазбаева А., Солтан Г.Н., Погорелов А.В., Атанасян Л.С., Гусев В.А. и др.

ВВЕДЕНИЕ

Тема «Треугольник» является одной из важных и узловых тем в курсе геометрии основной школы. На данную тему можно опираться при решении задач и доказательстве некоторых утверждений, при изучении темы «Многоугольники». Эта тема выбрана неспроста, так как треугольник из всех видов многоугольников имеет наименьшее количество сторон и углов и треугольник по сравнению с другими многоугольниками явдяется жесткой (неподвижной) фигурой. Данное свойство треугольника широко используется на практике.

ISSN 2708-5295 (print), ISSN 3078-4948 (online)

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Как известно, геометрические, точно так же, как и алгебраические. Делятся на простые и сложные. Простые задачи можно отнести к опорным. При решении любой сложной задачи необходимо вновь и вновь обращаться к опорным задачам. Сложная задача может содержать в себе несколько простых (опорных) задач. Итак, решение задачи идет по принципу «от простого – к сложному». При решении ученик ведет себя в роли исследователя, которому присуща компетентность. Выясним, что же является основными компонентами исследовательской компетентности [1, с.7].

Компоненты исследовательской компетентности и их характеристика

	Компонент	Характеристика
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ КОМПЕТЕНТНОСТЬ	Мотивационно-ценностный	У обучающегося сформирован интерес к проведению исследовательской работы
	Когнитивный	Обучающийся понимает этапы, знаком с методами работы над исследованием. С легкостью применяет полученные знания в жизненных ситуациях
	Деятельностный	Нестандартно мыслит при достижении цели и решении задач. Применяет необходимые методы исследования
	Коммуникативный	При реализации исследовательской работы без затруднений коммуникатирует с другими участниками
	Рефлексивный	Предполагает, что обучающийся самостоятельно распознает, оценивает и анализирует свою деятельность
	Психологический	Характерен самоорганизацией, самостоятельностью, самоконтролем и саморазвитием

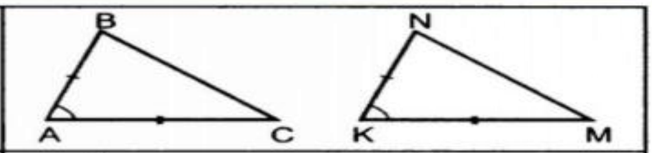
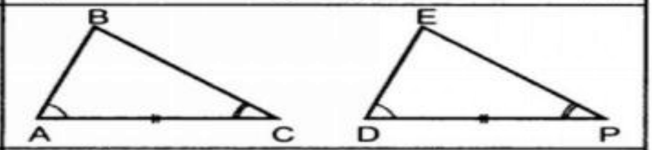
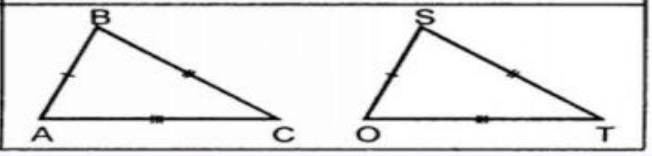
Обзор школьного учебника на предмет изучения треугольников в курсе средней школы на примере учебников таких авторов, как Л. С. Атанасян, А. В.Погорелов, И. Ф. Шарыгин, показал, что существует два подхода к определениютреугольника. В учебниках первых двух авторов понятие треугольника вводится конструктивно: как фигура, состоящая из трёх точек, не лежащих на одной прямой, и трёх отрезков, , соединяющих эти точки. В учебнике третьего автора понятие треугольника даётся как частный случай многоугольника [2, с. 5].

При решении планиметрических задач мы опираемся на признаки равенства треугольников, которые оказывают существенную помощь для получения верного результата.

На наш взгляд, эти теоремы доказываются путем наложения. При наложении должны совпасть три вершины, три угла и три стороны, получается всего девять элементов, а при использовании каждого из трех признаков равенства треугольников используются всего три элемента: по двум сторонам и углу между ними (первый признак), по одной стороне и двум прилежащим к этой стороне двум углам (второй признак), по трем сторонам (третий признак равенства треугольников) [3, 56-57, 60 б.], [4, 37, 44 б.]

Признаки равенства треугольников

ISSN 2708-5295 (print), ISSN 3078-4948 (online)

По двум сторонам и углу между ними	
По стороне и двум прилежащим к ней углам	
По трем сторонам	

После рассмотрения теоретического материала с сильными учащимися можно провести диалог «Учитель-Ученик»:

Учитель: Вы знаете первый признак равенства треугольников. А что если взять другой угол (то есть не тот, что расположен между двумя сторонами).

Ученик: затрудняется ответить, а может и ответить: «Мы придем к контрпримеру и ответ может быть отрицательным».

Учитель: Если вместо выполнимости равенства трех сторон взять равенство трех углов, то что может измениться? (этот вопрос можно задать после изучения темы «Подобие треугольников»)

Ученик: В данном случае мы получим новое понятие «Подобие треугольников». Учитель может добавить «Обобщением этого может быть «Подобие фигур»».

Проведение диалога «Учитель-Ученик» - новая форма общения с учащимися, которая оказывает большую помощь в повышении интереса к изучаемому предмету.

Поэтому мы должны обращать внимание на точность условий в формулировках утверждений, изменения которых может привести к введению нового понятия, а иногда целого раздела.

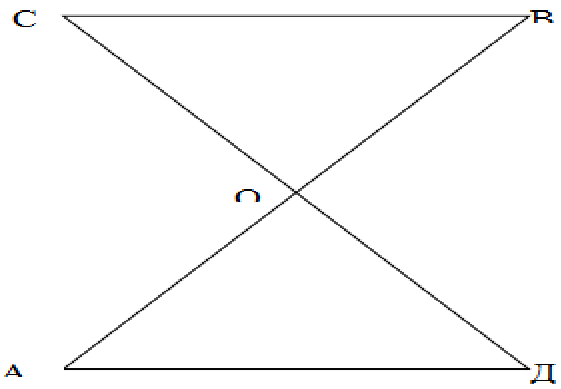
РЕЗУЛЬТАТЫ

Используя эти признаки с целью проверки учвоения теоретического материала, можно организовать устную работу:

1. Задача. Доказать равенство ΔCOBи ΔAOD, если т. O – середтна отрезка AB и отрезка CD.

2. Задача. Доказать равенство ΔCOBи ΔAOD, если т. O – середтна отрезка AB и $\angle A = \angle B$.

3. Задача. Доказать равенство ΔCOBи ΔAOD, если т. O – середина отрезка AB и отрезка CD, $AD = CB$.

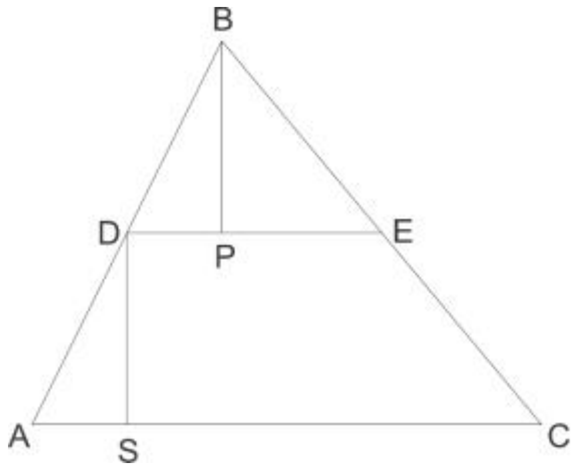


Чертеж к устной работе

ISSN 2708-5295 (print), ISSN 3078-4948 (online)

Задачи по геометрии решают не только с использованием признаков равенства треугольников, но и с использованием свойств медиан и биссектрис треугольника.

4 задача. Основание треугольника равно a. Найдите длину отрезка прямой, параллельной основанию и делящей площадь треугольника пополам [6, 21-22] .



Дано:

Δ ABC; AC = a ; DE$\parallel AC, S_{DBE} = S_{ADEC},\ DE-?$

Решение:

Пусть $DE = x$, тогда $S_{DBE} = \frac{1}{2} x \cdot BP, S_{ADEC} = \frac{1}{2}(x+a) \cdot DS$

Так как $S_{DBE} = S_{ADEC} \Rightarrow x \cdot BP = (x+a) \cdot DS$

$x \cdot (BP - DS) = a \cdot DS \Rightarrow x = \frac{a \cdot DS}{BP - DS}$ (1)

$\Delta DBE \cap \Delta ABC$

$\frac{BP}{BP+DS} = \frac{DE}{AC} \Rightarrow \frac{BP}{BP+DS} = \frac{x}{a} \Rightarrow x = \frac{a \cdot BP}{BP+DS}$ (2)

Приравнивая правые части (1) и (2), получим: ΔABC ($\angle C = 90$)

$\frac{a \cdot DS}{BP - DS} = \frac{a \cdot BP}{BP+DS}$, сократив обе части равенства на a, получим:

$\frac{DS}{BP-DS} = \frac{BP}{BP+DS} \Rightarrow BP \cdot DS + DS^2 = BP^2 - BP \cdot DS$, разделив обе части полученного равенства на

DS^2, получим:

$-\left(\frac{BP}{DS}\right)^2 + 2\frac{BP}{DS} + 1 = 0, \frac{BP}{DS} = y,\ -y^2 + 2y + 1 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y - 1 = 0,\ D =$ 1+1=2

$y_1 = 1 + \sqrt{2}, y_2 = 1 - \sqrt{2}$ (не подходит по смыслу), $\frac{BP}{DS} = 1 + \sqrt{2}$, $BP = (1 + \sqrt{2}) \cdot DS$

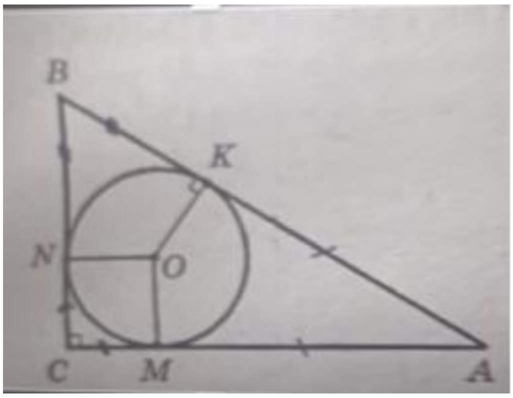
ISSN 2708-5295 (print), ISSN 3078-4948 (online)

$$x = \frac{a\cdot BP}{BP+DS} = \frac{a(1+\sqrt{2})\cdot DS}{(1+\sqrt{2})\cdot DS+DS} = \frac{a(1+\sqrt{2})\cdot DS}{(2+\sqrt{2})\cdot DS} = \frac{a(1+\sqrt{2})}{\sqrt{2}\,(1+\sqrt{2})} = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Ответ: $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

5. Задача. Доказать, что площадь прямоугольного треугольника можно найти по формуле $S = (2R + r)r,$ где R и r - радиусы описанной и вписанной окружностей [7, 411].

-



-

<u>Доказательство</u>

Пусть Δ ABC - прямоугольный треугольник ($\angle C = 90^{\circ}$), OM=ON=OK=r – радиус вписанной окружности.

Так как Δ ABC – прямоугольный, то AB - радиус описанной окружности, тогда AB = 2R .

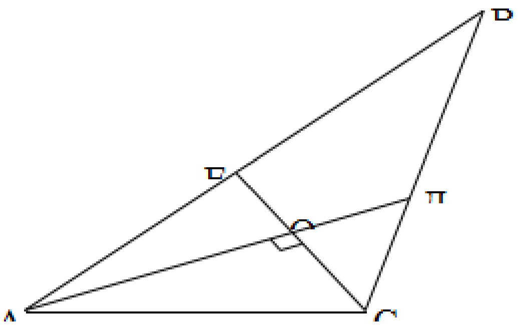
Известно, что $S_{\Delta} = p \cdot r$, где p – полупериметр. По свойству касательных, проведенных из одной точки к окружности, имеем $AC + BC = 2r + AB$, тогда

$$S = \frac{1}{2}\cdot(AC + BC + AB)r = \frac{1}{2}\cdot(2r + AB + AB)r = (r + AB)r = (r + 2R)r$$

Итак, $S = (r + 2R)r$, что и требовалось доказать.

6. Задача. Две стороны треугольника равны соответственно 6 см и 8 см. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найти площадь треугольника [5, с. 208].

Дано: ΔABC, $AB = 6$ *см*,
$BC = 8$ *см*



AD, CE – медианы

$AD \cap CE = O$

S_{ABC} –?

ISSN 2708-5295 (print), ISSN 3078-4948 (online)

Решение:

Зная, что медианы в точке пересечении делятся в отношении 2:1, обозначим $OE = x, OD = y \implies AO = 2y,\ \ OC = 2x$. Из прямоугольных треугольников AOE и BOD $x^2 + 4y^2 = 9, y^2 + 4x^2 = 16$.

Решая полученную систему уравнений, найдем: $x = \sqrt{\frac{11}{3}}$, $y = \frac{2}{\sqrt{3}}$ $S_{AOC} = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2y = 2xy = 2 \cdot \sqrt{\frac{11}{3}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4}{3}\sqrt{11}\ (см^2)$. Так как $\Delta\, ABC$ и $\Delta\, AOC$ имеют общее основание AC, а высота $\Delta\, ABC$, проведенная к стороне AC, в 3 раза больше соответвующей высоты $\Delta\, AOC$, то S_{ABC}=3$S_{AOC} = 3 \cdot \frac{4}{3}\sqrt{11} = 4\sqrt{11}(см^2)$

Ответ: $4\sqrt{11}\ см^2$

ОБСУЖДЕНИЯ

Итак, составим алгоритм по решению данной задачи:

1. выполнение грамотного чертежа, ведь от правильности сомтавления чертежа зависит верное решение данной геометрической зхадачи;
2. знание учащимися свойств медиан: три медианы треугольника, проведенные от его вершин, делятся в точке пересечения в отношении 2:1;
3. использование теоремы Пифагора для прямоугольного треугольника;
4. решение системы уравнений;
5. нахождение площади треугольника с использованием еще такого правила три медианы, пересекаясь в одной точке, делят его на 6 равновеликих треугольников. «Пошаговое» выполнение данных требований приводит нас к правильному ответу.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, мы пришли к выводу, насколько тема «Треугольник» занимает особое место при решении задач по курсу геометрии основной школы. При решении задач мы можем применять признаки равенства треугольников, уместно использовать свойства медиан треугольника. На этом материал по решению планиметрических задач не завершается, он может быть продолжен и рассмотрен с применением свойств биссектрис, высот и т.д. В данной статье рассмотрены шесть задач, три из которых предназначены для устного решения (основная цель – закрепление теоретического материала), остальные две задачи – сложные, они необходимы для качественного усвоения темы. Тесная связь теоретического материала с практическим решает успех дела.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Лоскутова А.В. Формирование исследовательских умений учащихся в процессе изучения темы «Треугольник». Выпускная бакалаврская работа. Екатеринбург 2024 ж.

2 Халидова Л.Х. Треугольники в курсе средней школы. Автореферат бакалаврской работы. Саратов 2023 ж.

3 Бекбоев И., Абдиев А., Кайдасов Ж., Досмаганбетова. Геометрия. Учеб. для 7 го класса общеобразовательной школы. Алматы: Изд-во «Мектеп» баспасы, 2007 г.

4 Шыныбеков Ә.Н., Шыныбеков Д.А. Геометрия. Учеб. для 7 го класса общеобразовательной школы. Алматы: Атамұра 2017.- 96 с.

5 Куланин Д.Е., Норин В.П., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. 3000 конкурсных задач по

ISSN 2708-5295 (print), ISSN 3078-4948 (online)

математике. 2-е изд. Испр. и тдоп.. – М.: Рольф, Айрис – пресс, 1998гж. – 624 с. илл.

6 Мусайбеков Р.К., Узбекова С.Ж. Об изучении темы «Треугольник». SCIENCE AND WORLD International scientific journal № 12 (64), Volgograd 2018, Vol. I

7 Балаян Э.Н. Репетитор по математике для поступающих в вузы / Э.Н. Балаян. –Изд. 3-е, доп. и перераб. – Ростов н/ Д: Феникс, 2005. – 734 с. (Абитуриент).

"Үшбұрыш" тақырыбын оқу кезінде зерттеу дағдыларды қалыптастыру

Р. К. Мусайбеков [1], Д. Б. Бабаев [2]

[1]профессор ассистенті, математика, физика және информатика кафедрасының жаратылыс ғылымдарының магистрі Кокшетауского университета им. Ш.Уалиханова, Ш.Уәлиханов атындағы Кокшетау (Казахстан), rashid1956@bk.ru

[2]Педагогика ғылымдарының докторы, профессор «Педагогика және қолданбалы информатика» кафедрасы Ел аралық Кувейт университеті, Бишкек қаласы (Кырғызстан)

Мақалада "Үшбұрыш" тақырыбы ашылады және бұл тақырып негізгі мектептің геометрия курсында қандай маңызды орын алатындығы көрсетілген. Мұнда осы тақырыптың дамуына белгілі бір үлес қосқан ғалымдардың еңбектері келтірілген. Зерттеу құзыреттілігінің компоненттерін және олардың сипаттамаларын ашу кестесі берілген. Сондай-ақ, үшбұрыштың анықтамасы бір түзуде жатпайтын үш нүктеден және осы нүктелерді байланыстыратын үш сегменттен тұратын фигура ретінде беріледі, ал екінші жағдайда Үшбұрыш көпбұрыштың ерекше жағдайы ретінде анықталады. Үшбұрыштардың теңдік белгілерін қолдануға арналған үш ауызша жаттығулар берілген, сонымен қатар үшбұрыштың медианаларының қасиеттерін пайдалану мәселесінің шешімі келтірілген. Мақаланың соңында қорытынды жасалады.

Түйінді сөздер: Үшбұрыш, үшбұрыштардың теңдік белгілері, құзыреттілік, медиана, биіктік, аудан.

ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1 Лоскутова А.В. «Үшбұрыш» тақырыбын оқу икезінде оқушылардың зерттеушілік біліктерін қалыптастыру.

2 Халидова Л.Х. Орта мектеп курсындағы үшбұрыштар. Бакалаврлық жұмыстың ааторефераты. Саратов 2023 ж.

3 Бекбоев И., Абдиев А., Кайдасов Ж., Досмаганбетова. Геометрия. Жалпы білім беретін мектептің 7 - сыныбына арналған оқулық. Алматы: «Мектеп» баспасы, 2007 ж.

4 Шыныбеков Ә.Н., Шыныбеков Д.А. Геометрия. Жалпы білім беретін мектептің 7-сыныбына арналған оқулық. Алматы: Атамұра 2017.- 96 б.

5 Куланин Д.Е., Норин В.П., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Математикадан 3000 конкурс есептері. 2-ші басылым. . Түзетілген және қосымшасы бар. – М.: Рольф, Айрис – пресс, 1998 ж. – 624 б.сур.

6 Мусайбеков Р.К., Узбекова С.Ж. «Үшбұрыш» тақырыбын оқып білу жөнінде». SCIENCE AND WORLD International scientific journal № 12 (64), Volgograd 2018, Vol. I

7 Балаян Э. Н. Жоғары оқу орындарына түсушілер үшін математика пәнінің оқытушысы / Э.Н. Балаян. - Басылым. 3-ші, қосымша және қайта өнд. – Ростов н/ Д: Феникс, 2005. - 734 б. (Талапкер).

Formation of research skills in the study of the topic “Triangle”

R. K. Musaibekov [1], D. B. Babaev [2]

ISSN 2708-5295 (print), ISSN 3078-4948 (online)

[1]assistant professor, master of Natural Sciences of the Department of Mathematics, Physics and computer science Kokshetau University. Sh. Ualikhanova, Kokshetau named after sh.Ualikhanov (Kazakhstan) rashid1956@bk.ru

[2]Doctor of Pedagogical Sciences, Professor Department of pedagogy and applied informatics inter - country Kuwait University, Bishkek (Kyrgyzstan)

The article reveals the topic of "Triangle" and points out how important this topic is in the geometry course of the secondary school. Here are the works of scientists who have made a certain contribution to the development of this topic. A table is given on the disclosure of the components of research competence and their characteristics. It is also said that a triangle is defined as a figure consisting of three points that do not lie on the same straight line and three segments connecting these points, while in another case a triangle is defined as a special case of a polygon. Three oral exercises on the use of signs of equality of triangles are given, as well as a solution to the problem of using the properties of the medians of a triangle. The conclusion is made at the end of the article.
Keywords: triangle, signs of triangle equality, competence, median, height, area.

REFERENCES:

1 Loskutova, A.V. (2024), *Formation of students' research skills in the process of studying the topic "Triangle"*, Final Bachelor's Thesis, Yekaterinburg, Russia.

2 Khalidova, L.H. (2023), *Triangles in a secondary school course*, Abstract of Bachelor's Thesis, Saratov, Russia.

3 Bekboev, I., Abdiev, A., Kaidasov, Zh. and Dosmaganbetova, [Initials not provided] (2007), *Geometry. Textbook for the 7th grade of secondary school*, Mektep baspasy, Almaty, Kazakhstan.

4 Shynybekov, A.N. and Shynybekov, D.A. (2017), *Geometry. Textbook for the 7th grade of secondary school*, Atamura, Almaty, Kazakhstan, 96 p.

5 Kulanin, D.E., Norin, V.P., Fedin, S.N. and Shevchenko, Yu.A. (1998), *3000 competitive problems in mathematics*, 2nd ed., revised and supplemented, Rolf, Iris-Press, Moscow, Russia, 624 p.

6 Musaybekov, R.K. and Uzbekova, S.Zh. (2018), “About studying the ‘Triangle’ topic”, *Science and World. International Scientific Journal*, no. 12(64), Vol. I, Volgograd, pp. [page numbers not provided].

7 Balayan, E.N. (2005), *Tutor in mathematics for university applicants*, 3rd ed., revised and supplemented, Phoenix, Rostov-on-Don, Russia, 734 p. (Entrant series).